



# Uvod u fiziku oka i viđenja

Prof. dr Milan S. Kovačević

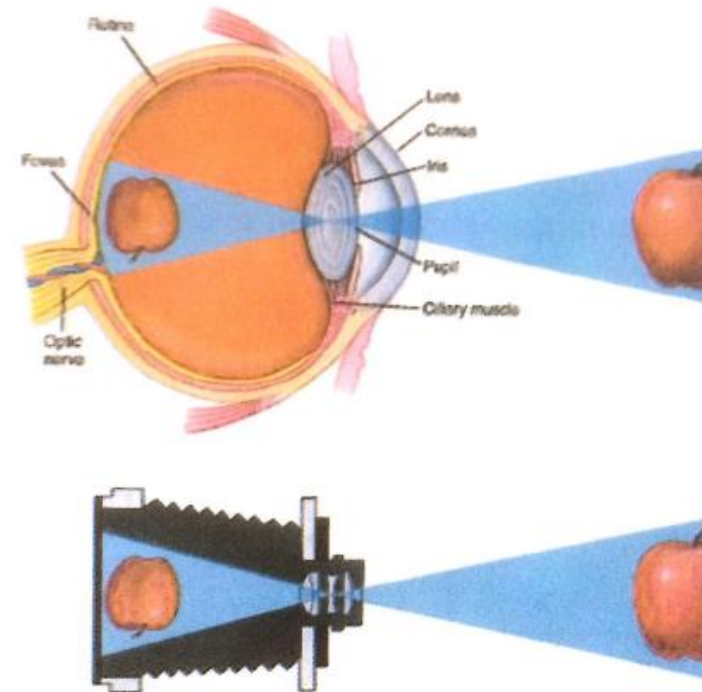
# Motivacija

---

- Svetlost – jedna od prvih fizičkih pojava sa kojom se čovek u životu sreće.
- Proces viđenja je jedan od osnovnih vidova komunikacije čoveka sa okolinom.
- Fizika i njene zakonitosti objašnjavaju procese koji se odigravaju u optičkom sistemu oka.
- Upotreba svetlosti u medicinskoj dijagnostici i terapiji.

# Jedna analogija

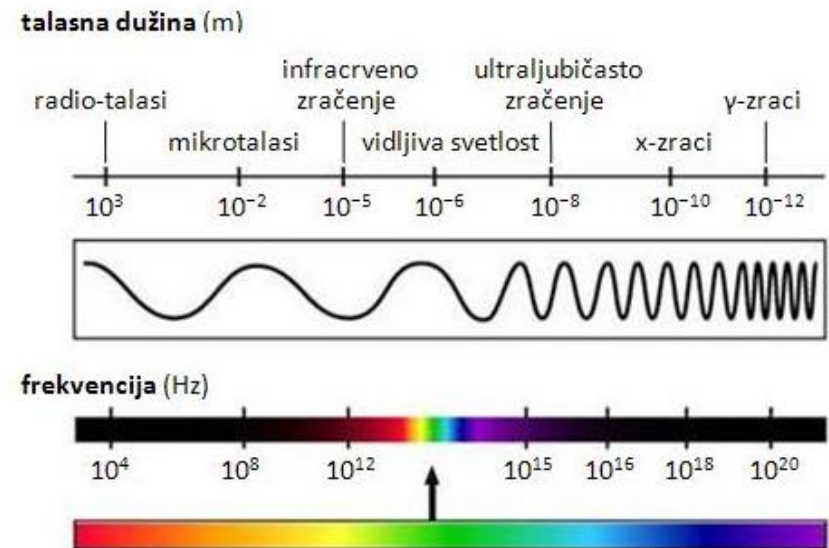
- Optički sistem oka sa vidnim putevima sličan je kameri koja ima sistem sočiva (kao i oko) kroz koja prolaze i prelamaju se svetlosni zraci, dijafragmu (zenica) koja reguliše količinu primljene svetlosti, mračnu komoru sa negativom (mrežnjača) koja prima svetlosne nadražaje i kabl koji povezuje kameru sa monitorom (u oku su to optički nervi, preko kojih se prenose svetlosni nadražaji ka vidnim centrima u mozgu).




# Elektromagnetna priroda svetlosti - ukratko

- Elektromagnetski spektar sačinjava cela oblast elektromagnetskog zračenja uključujući *radio-talase*, *infracrvene zrake*, *vidljivu svetlost*, *rendgentske zrake*, *gama zrake*.
- Različite vrste elektromagnetnog zračenja imaju različite frekvencije i različite talasne dužine.

- Spektar em zračenja →
- Uočiti oblast vidljive svetlosti
- $\lambda$  u intervalu 400-750 nm



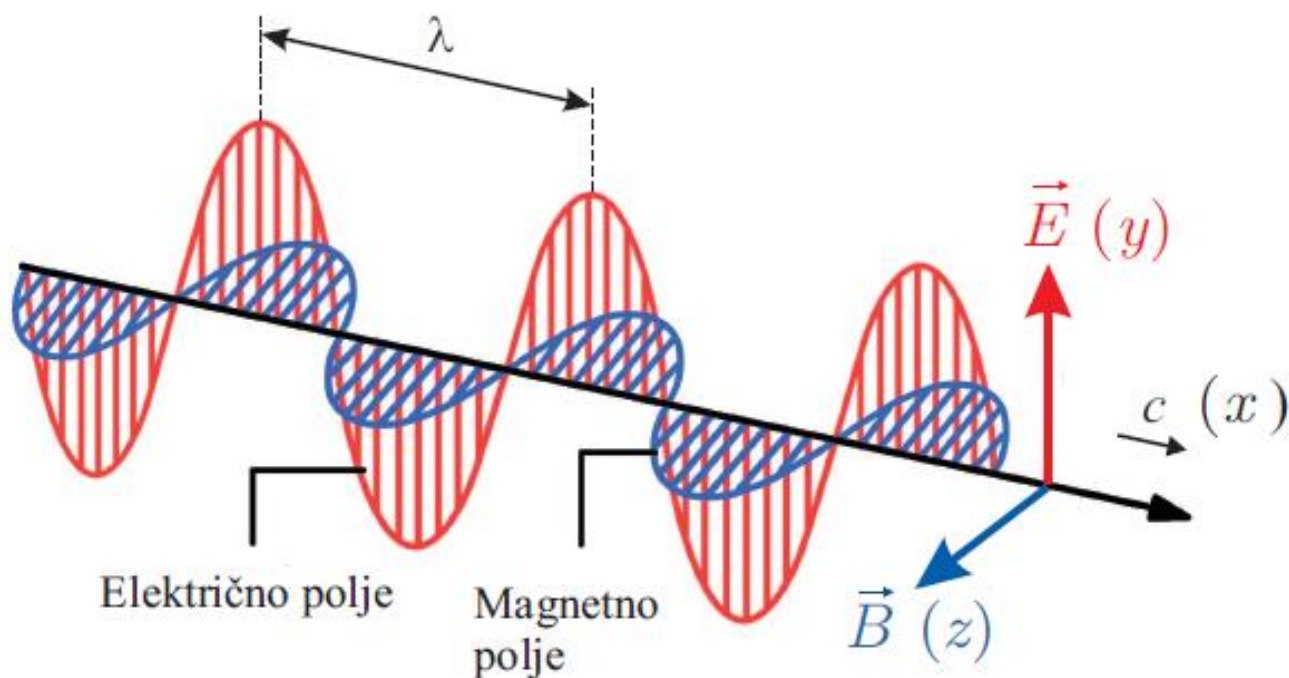
# Vidljiva svetlost



crvena	660 - 760 nm
narandžasta	610 - 660 nm
žuta	560 - 610 nm
zelena	510 - 560 nm
plava	460 - 510 nm
modra	440 - 460 nm
ljubičasta	380 - 440 nm

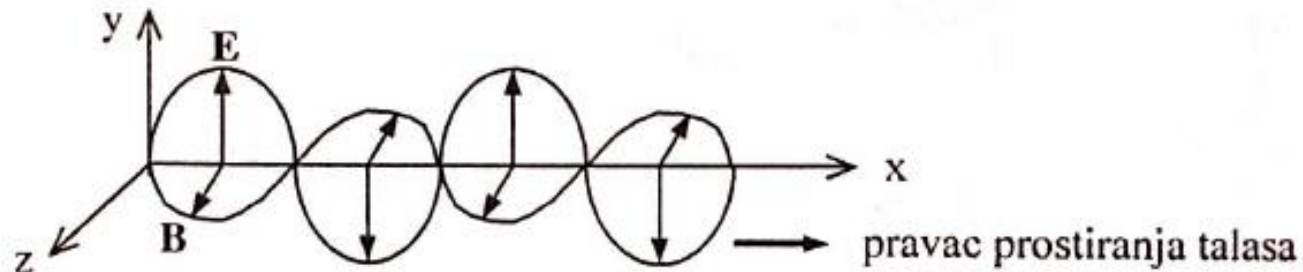
# Šta je elektromagnetni talas?

- Ako se u nekoj tački prostora stvara periodično promenljivo električno polje koje je praćeno istom takvom promenom magnetnog polja, kroz okolni prostor se širi elektromagnetni (em) talas



# Ravan **em** talas

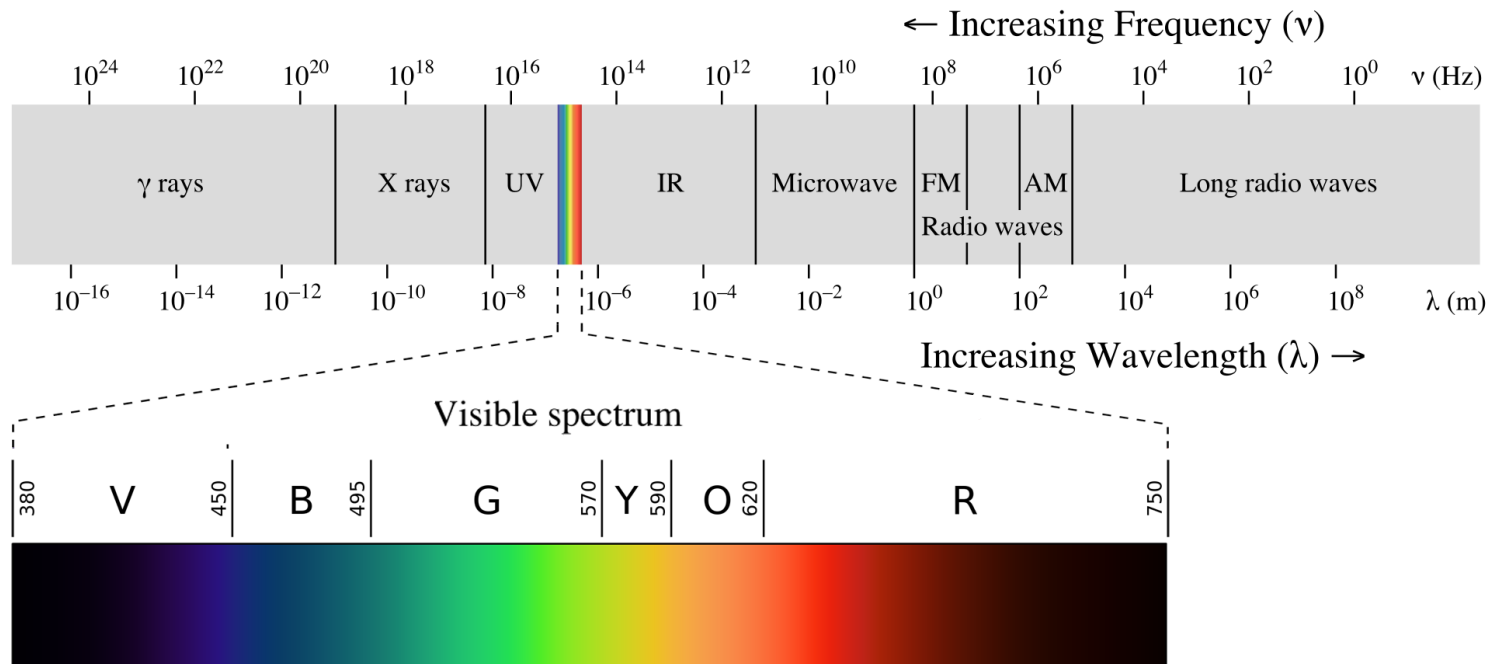
- Vektor električnog polja **E** se menja po sinusoidalnoj funkciji u ravni  $xy$  a vektor magnetnog polja **B**, u ravni  $xz$



- Osnovne veličine koje karakterišu em talas su brzina njegovog prostiranja, frekvencija (odnosno, talasna dužina) i energija talasa.

# Frekvencija em talasa

- *Frekvencija* ili učestanost ( $\nu$ ) em talasa je broj oscilacija u jedinici vremena. Ona je povezana sa brzinom prostiranja talasa relacijom  $v = \lambda \nu$ , gde je  $\lambda$  talasna dužina em talasa





# Brzina prostiranja em talasa

- Brzina prostiranja: Brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u vakuumu je konstantna i iznosi  $c=3 \times 10^8$  m/s.
- U svim materijalnim sredinama brzina prostiranja svetlosti je manja i računa se kao  $v=c/n$ , gde je  $n$  apsolutni indeks prelamanja svetlosti.
- Za vazduh može se približno uzeti da je brzina prostiranja talasa  $c$ .

# Energija em talasa

- Energija em talasa je kvantovana veličina, što znači da može imati za datu frekvenciju samo određenu vrednost.
- Ona zato predstavlja celobrojni umnožak veličine koja se naziva *Plankova konstanta*  $h$  ( $h=6.62 \times 10^{-34}$  Js)

$$E = h \nu = h c / \lambda$$

- Energija em talasa je utoliko veća, ukoliko je viša njegova frekvencija (odnosno manja talasna dužina).
- Kvanti svetlosti su *fotoni*.

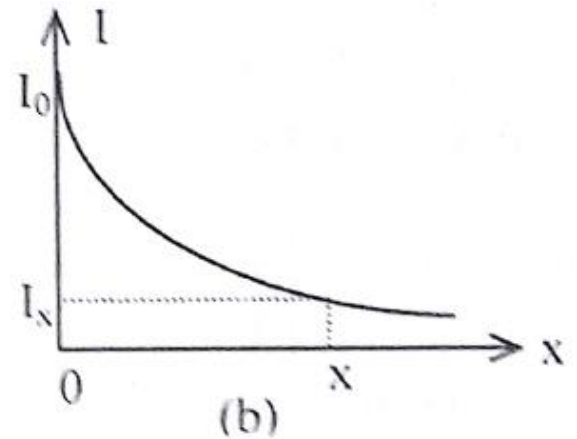
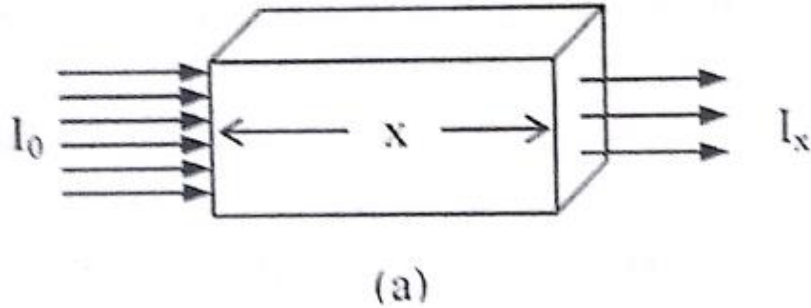
# Interakcija svetlosti i materije

- Svetlost interaguje sa materijalnom sredinom kroz koju prolazi. Pri prolasku snopa svetlosti kroz izotropne sredine, brzina ostaje konstantna ali se intenzitet snopa smanjuje. To je posledica apsorpcije i rasejanja svetlosti od strane atoma i molekula sredine.
- Intenzitet snopa opada sa povećanjem debljine sredine po eksponencijalnom zakonu

$$I_x = I_0 e^{-kx}$$

- Gde je  $I_0$  intenzitet svetlosti koja pada na apsorber,  $I_x$  intenzitet svetlosti posle prolaska kroz apsorber,  $x$  je debljina apsorbera, dok je  $k$  koeficijent slabljenja koji zavisi od karakteristika sredine i same svetlosti.

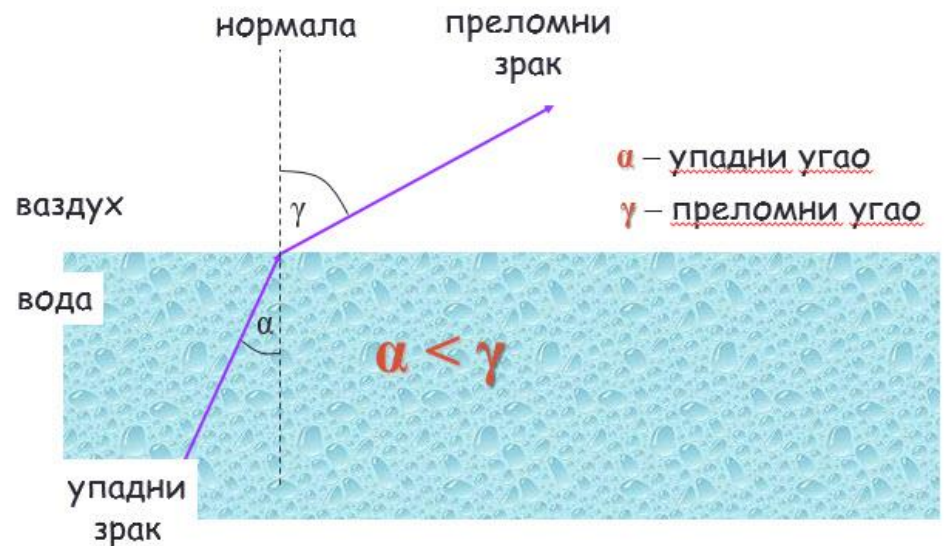
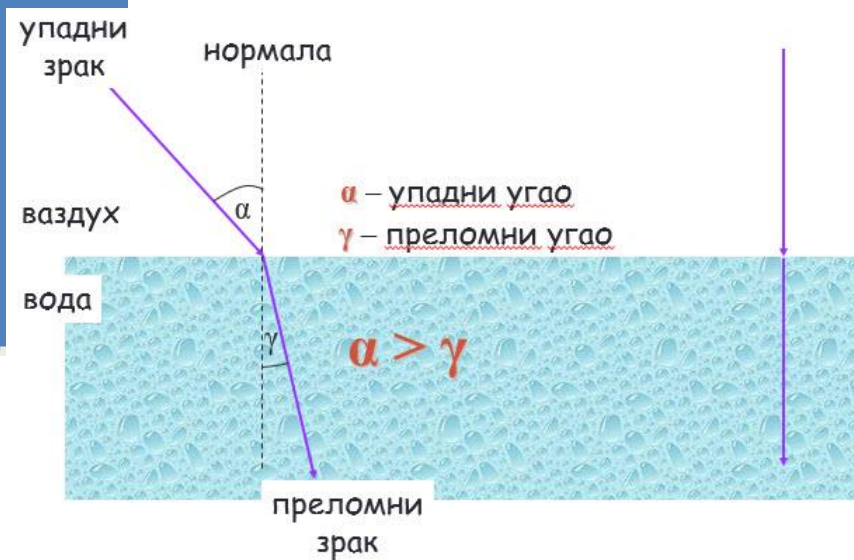
# Šematski i grafički prikaz – teorija na prethodnom slajdu



- Šematski (a) i grafički (b) prikaz smanjenja intenziteta svetlosnog snopa pri prolaski kroz izotropnu sredninu

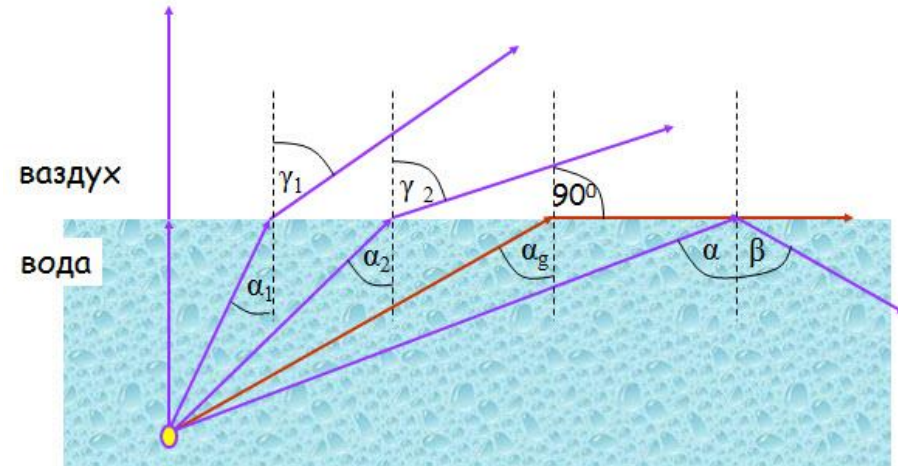
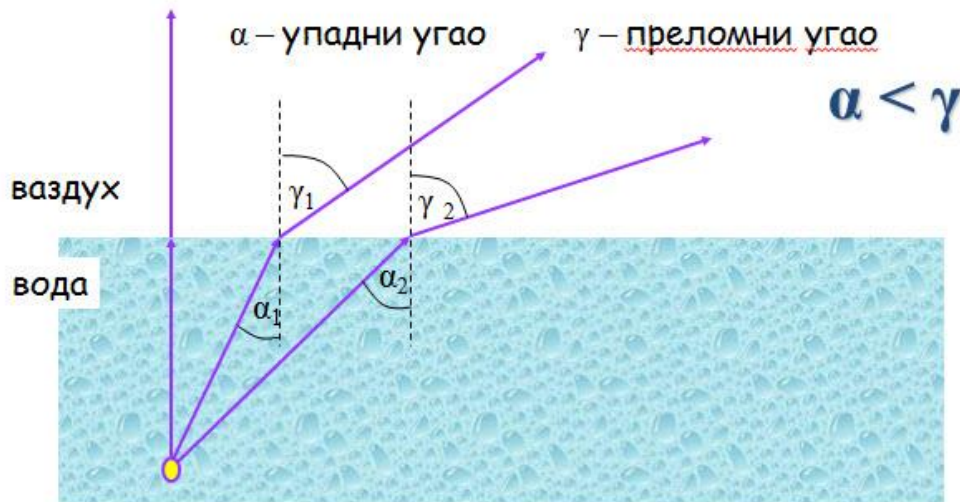
# Odbijanje i prelamanje svetlosti

- Kada svetlost naiđe na granicu između dveju homogenih sredina dolazi do odbijanja i/ili prelamanja.



# Totalna refleksija svetlosti

- Kada svetlost prelazi iz optički gušće u ređu sredinu, prelomni ugao je veći od upadnog ugla – zrak skreće od normale. Za određenu vrednost ugla  $\alpha_c$  imamo totalnu refleksiju svetlosti na graničnoj površi, i svetlost ostaje u sredini 1.



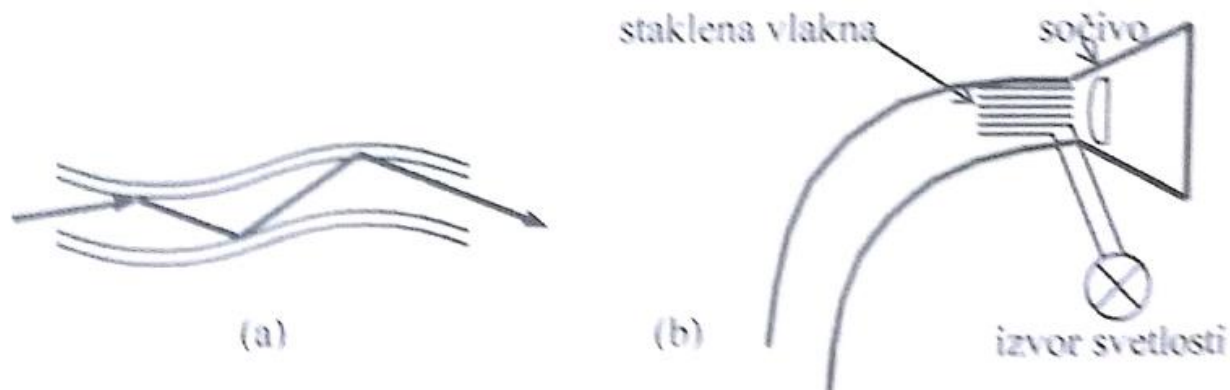
# Primena totalne refleksije

---

- Totalna refleksija je osnova svetlovodne optike, i pored u telekomunikacijama, ima važnu primenu i u medicinskoj dijagonstici za direktno posmatranje nekih unutrašnjih šupljina u organizmu.
- Tehnika koja se bavi ispitivanjima zidova pojedinih šupljina u organizmu čoveka naziva se *endoskopija*, a aparat koji služi u te svrhe je *endoskop*.

# Endoskop

- Osnovni deo endoskopa je svežanj od oko 20000 savitljivih staklenih optičkih vlakana koja formiraju optički kabl.
- Na kabal endoskopa dodaje se izvor svetlosti i sočivo. Svetlost putuje prema posmatranom objektu spoljnim delom svežnja vlakna, difuzno se reflektuje na objektu i vraća unutrašnjim delom svežnja. Svako vlakno nosi sliku jednog detalja objekta, što znači da se slika dobija u vidu mozaika. Veća gustina vlakana daje oštriju sliku posmatrane površine.












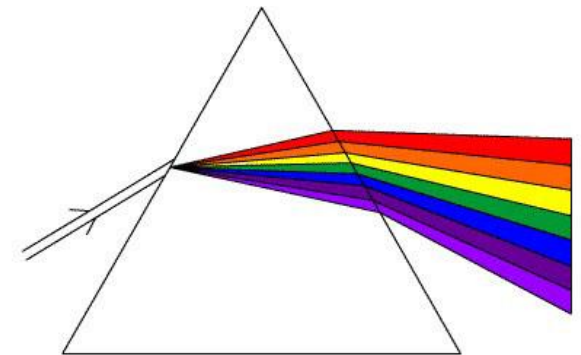
# Disperzija svetlosti

Ugao prelamanja svetlosnog zraka na granici dve izotropne sredine zavisi od talasne dužine svetlosti. Ako na takvu površinu pada snop svetlosti sastavljen od svetlosti različitih talasnih dužina, svaka od njih će se prelomiti pod drugim uglom. Ova pojava se naziva disperzija svetlosti.

Ova osobina prizme je iskorišćena u spektralnim aparatima koji služe za analizu malih količina materijala, i može se utvrditi sastav materijala.

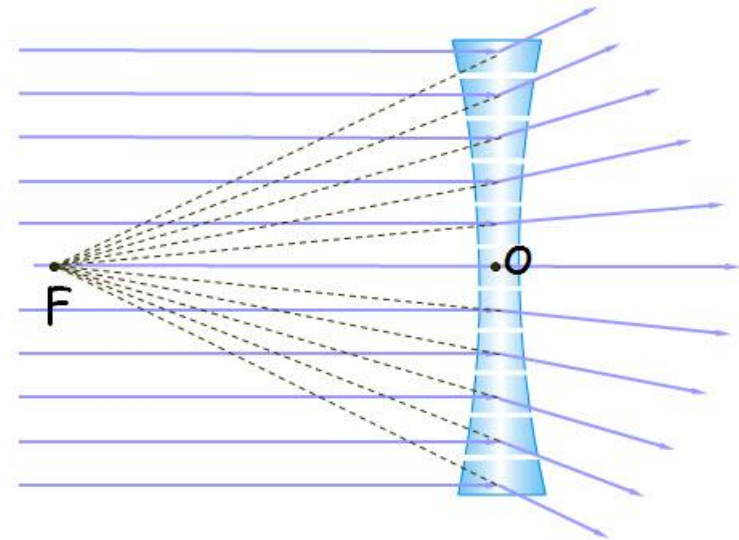
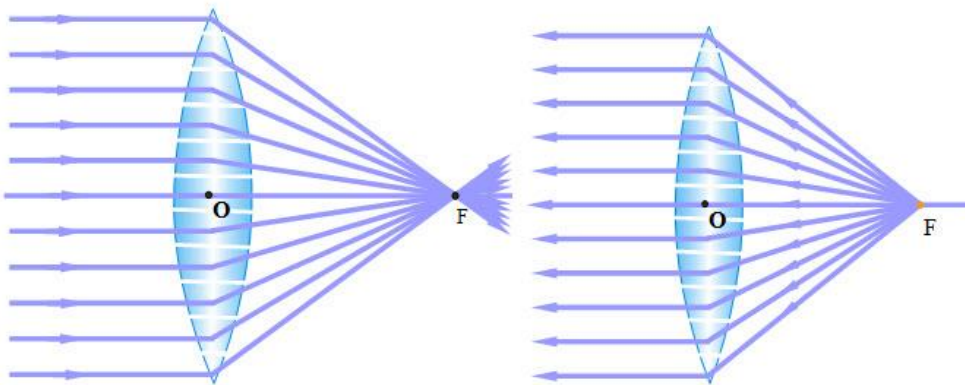


	crvena	660 - 760 nm
	narandžasta	610 - 660 nm
	žuta	560 - 610 nm
	zelena	510 - 560 nm
	plava	460 - 510 nm
	modra	440 - 460 nm
	ljubičasta	380 - 440 nm

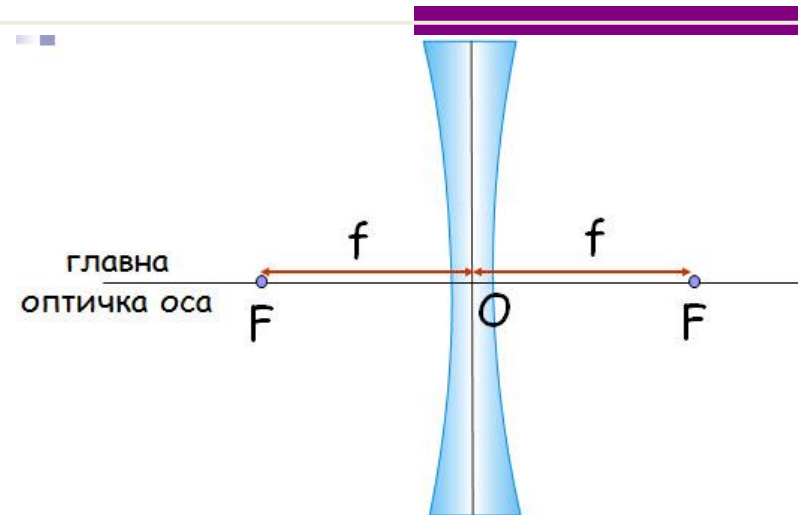
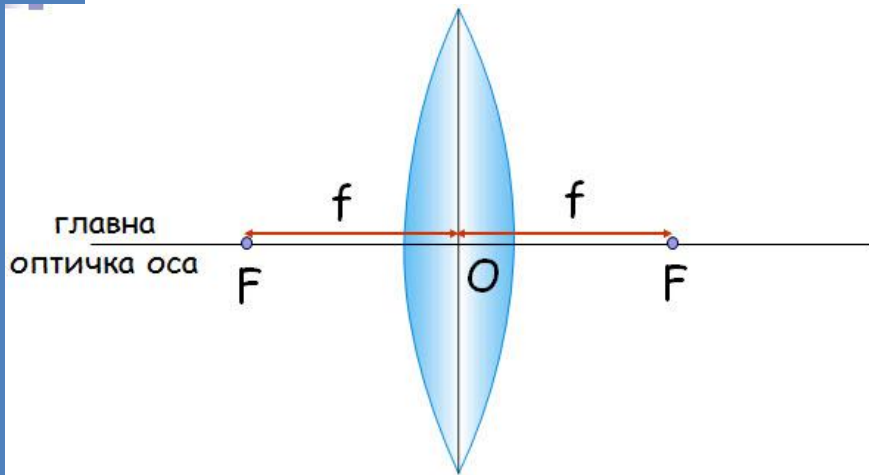


# Sočiva – važno za razumevanje optičkog sistema oka

- Sočivo je transparentno telo pomoću koga se, zahvaljujući refrakciji svetlosti, formira slika predmeta.
- Sočiva mogu biti konvergentna (sabirna – slika levo) i divergentna (rasipna – slika desno).



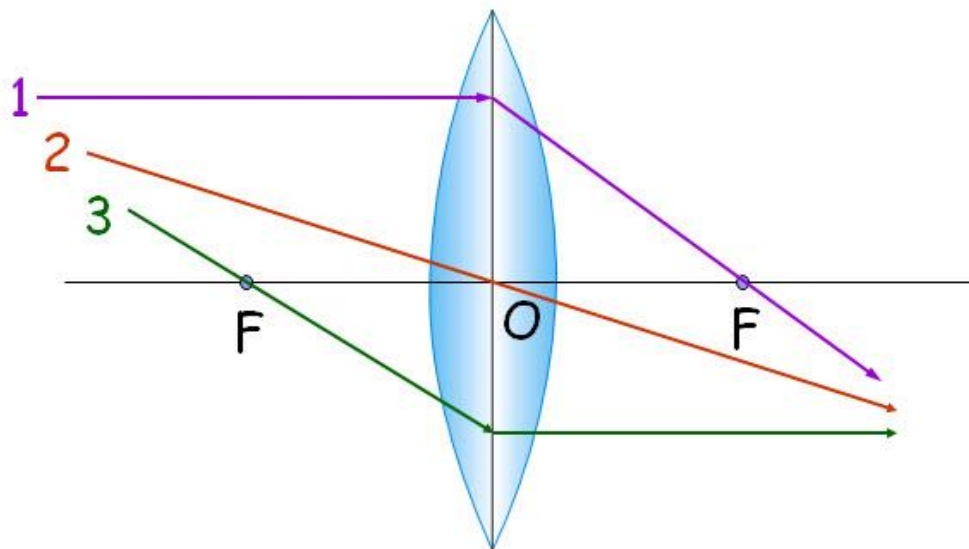
# Elementi sočiva



- O – optički centar sočiva
- F – žiža (fokus) sočiva
- f – žižna daljina (rastojanje od žiže do optičkog centra sočiva)
- **glavna optička osa** – prva linija koja prolazi kroz žiže i optički centar sočiva

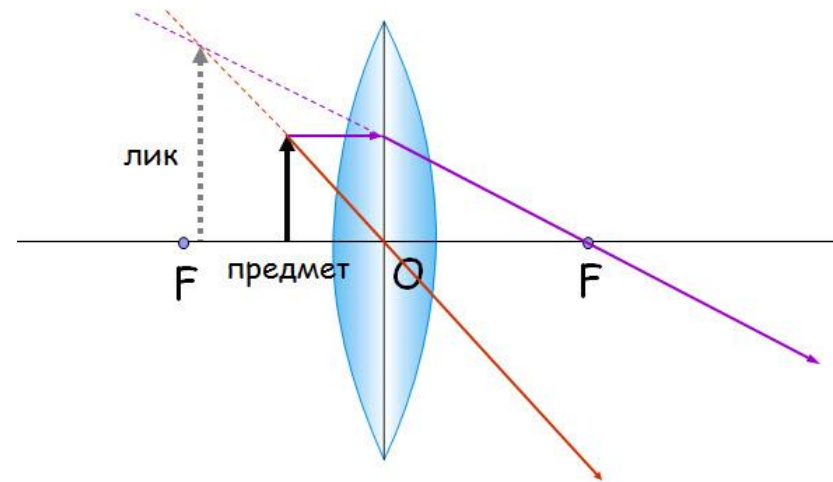
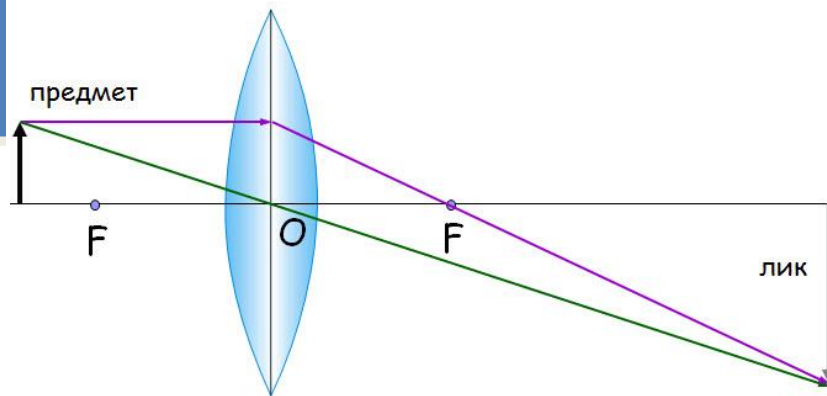
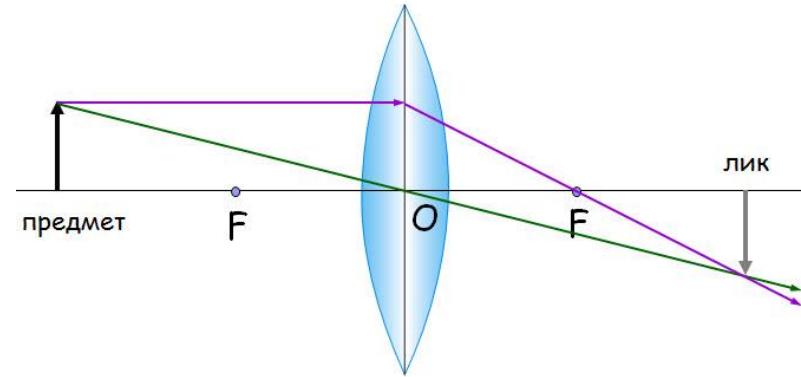
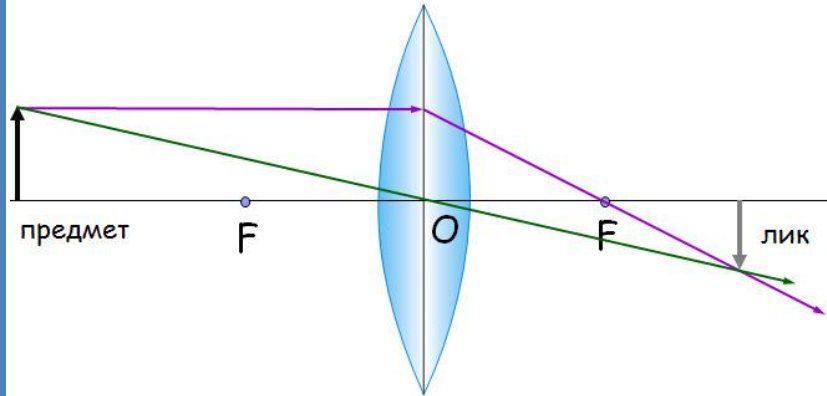
# Konstrukcija lika nekog predmeta pomoću sočiva

- Za konstrukciju likova mogu da se koriste sledeći karakteristični zraci:
  - 1 – zrak paralelan sa glavnom optičkom osom sočiva nakon prelamanja prolazi kroz žižu
  - 3 – zrak koji prolazi kroz žižu nakon prelamanja je paralelan sa glavnom optičkom osom
  - 2 – zrak koji prolazi kroz optički centar sočiva ne prelama se



# Primeri konstrukcije lika predmeta

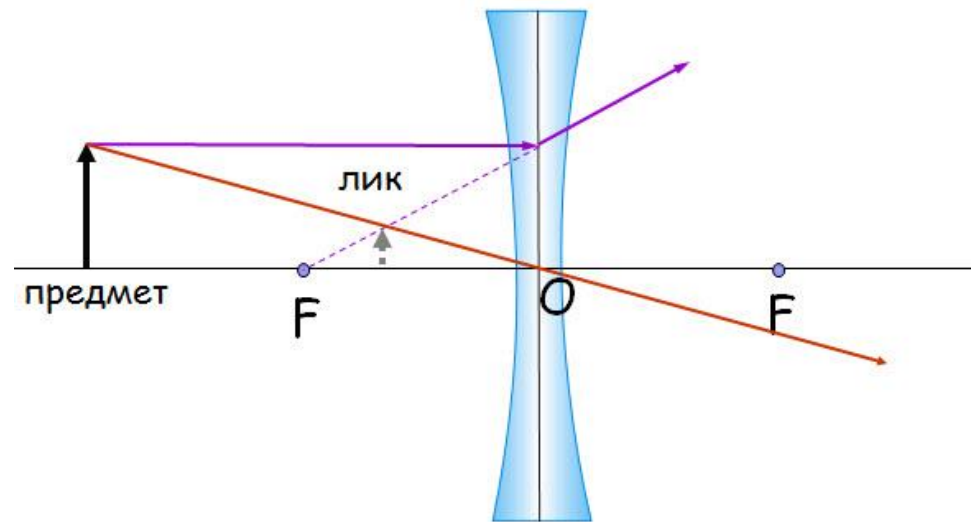
(obratiti pažnju gde se nalazi predmet, na kojoj udaljenosti od centra sočiva, gde je i kakva je lik: uspravan ili izvrnut, uvećan ili umanjen)



# Konstrukcija lika kod rasipnog sočiva

- Za konstrukciju likova kod rasipnih sočiva važe ista pravila kao i kod sabirnih sočiva. Kod rasipnih sočiva lik se uvek obrazuje na onoj strani na kojoj se nalazi i predmet.

- lik je uvek:
  - imaginaran (nestvaran)
  - umanjen
  - uspravan

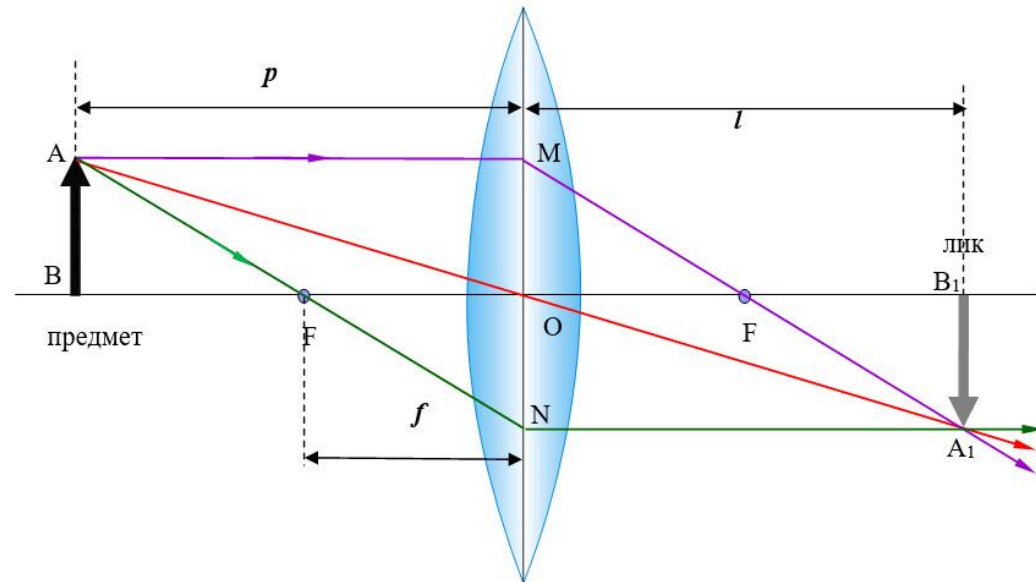


# Jednačina sočiva

(obratiti pažnju na oznake na slici,  $p$ ,  $l$ ,  $f$ ,  $F$ )

## ■ Za sabirno sočivo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$



## ■ Ovde je

- $p$  – udaljenost predmeta od sočiva
- $l$  – udaljenost lika od sočiva
- $f$  – žižna daljina

## ■ Za rasipna sočiva jednačina može da se napiše u obliku

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

# Uvećanje sočiva

- Likovi koji se dobijaju pomoću sočiva mogu da budu uvećani, umanjeni i u specijalnom slučaju jednaki po veličini sa predmetom.
- Uvećanje sočiva se izračunava kao količnik veličine lika i veličine predmeta odnosno kao količnik udaljenosti lika i udaljenosti predmeta od sočiva.

$$u = \frac{l}{p} = \frac{L}{P}$$

- L – visina lika
- P – visina predmeta



# Optička jačina sočiva – ova veličina je jako važna za optički sistem oka

- Na osnovu debljine sočiva možemo da se zaključiti da li su jača ili slabija. Tanja sočiva su slabija, a deblja su jača. Kod tanjih sočiva žiža je na većoj udaljenosti od sočiva nego kod debljih.

slabije – tanje – žiža udaljenija

jače – deblje – žiža bliže

- Fizička veličina kojom se određuje jačina sočiva naziva se *optička jačina sočiva*, a obeležava se grčkim slovom omega ( $\omega$ ).

$$\omega = \frac{1}{f}$$

- Jedinica za optičku jačinu sočiva je **dioptriya**, a označava se sa slovom D ( $m$  je oznaka za metar)

$$D = \frac{1}{m}$$

$D > 0$  сабирна;  $D < 0$  расипна

# Optička jednačina sočiva

ova jednačina je jako važna kada se želi napraviti sočivo

tačno određene jačine

Жижна даљина, а према томе и оптичка моћ, зависе од полупречника кривине сферних површина и релативног индекса преламања материјала од којег је сочиво направљено, у односу на спољашу средину.

$$\omega = \frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

- сабирна сочива – конвексне површине – полупречници кривина сферних површина узимају се са знаком плус
- расипна – конкавне површине – полупречници кривина сферних површина узимају се са знаком минус

# Sistem sočiva

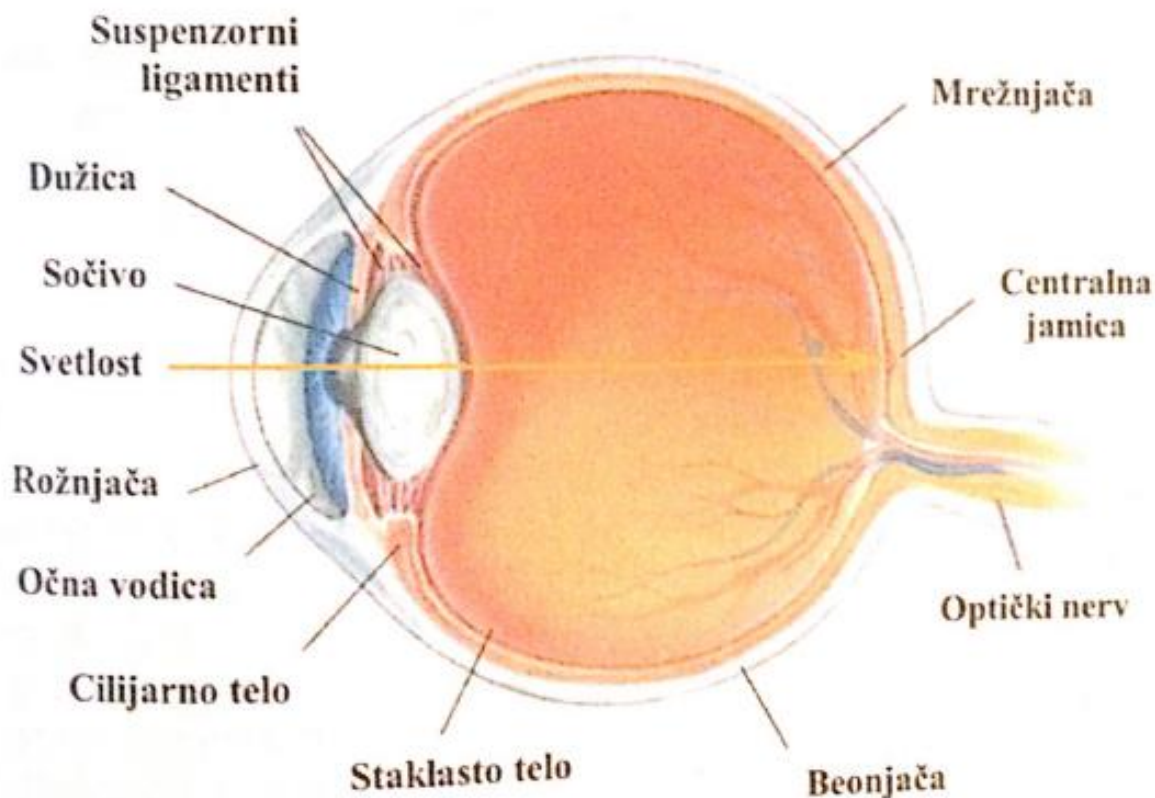
- Ako sočiva imaju zajedničku optičku osu (tzv. centrirana sočiva), žižna daljina sistema od dva sočiva se računa prema relaciji

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

- $f_1$  i  $f_2$  su žižne daljine prvog i drugog sočiva koja čine sistem sočiva
- $d$  – rastojanje između sočiva.
- Ako su sočiva prislonjena jena uz drugo ( $d = 0$ )

# Oko – najsavršeniji optički instrument

- Šematski prikaz uzdužnog preseka oka (za više detalja podsetiti se naučenog u okviru predmeta anatomija)



# Optički sistem oka - ukratko

- Dva glavna fokusirajuća dela: **rožnjača**, koja predstavlja providno ispupčenje na prednjoj strani oka i vrši oko 2/3 fokusiranja, i **sočivo** koje vrši fino fokusiranje.
- Rožnjača ima stalni fokus, dok sočivo može menjati svoj oblik i samim tim fokusirati objekte na različitim udaljenostima.
- Rožnjača fokusira prelamanjem svetlosnih zraka, a ugao prelamanja zavisi od zakrivljenosti same površine i njenog relativnog indeksa prelamanja.

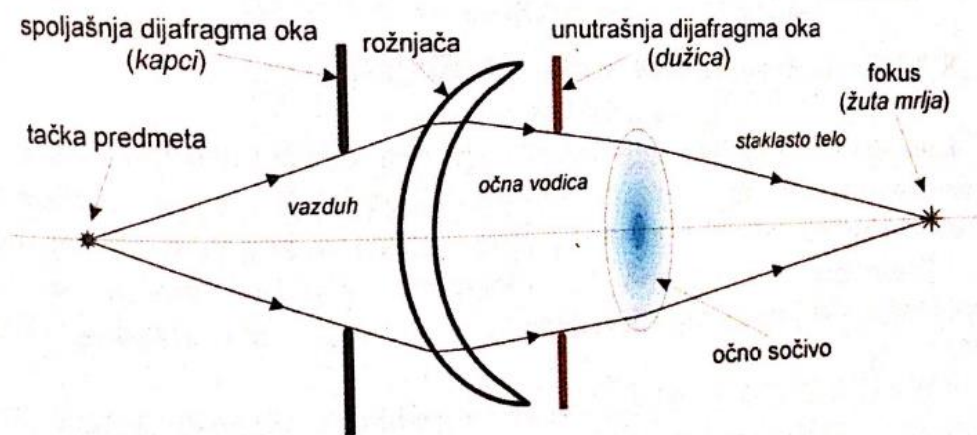
Deo oka	Indeks prelamanja
Rožnjača	1.376
Očna vodica	1.336
Omotač sočiva	1.38
Centar sočiva	1.41
Staklasto telo	1.336

# Indeks prelamanja rožnjače i očnog sočiva

- Indeks prelamanja rožnjače je približno konstantan za sve ljude, dok zakrivljenje varira i uglavnom je odgovorno za probleme u vidu (*kratkovidno, dalekovidno i aistigmatično*).
- Očno sočivo menja žižnu daljinu promenom svoje zakrivljenosti.
- Promena oblika očnog sočiva se naziva *akomodacija*.
- *Daljina jasnog vida* predstavlja rastojanje na kojem oko sa minimalnim naprezanjem mišića jasno vidi bliske predmete, i ono iznosi kod fiziološki normalnog oka 25 cm.

# Optički sistem oka kao sistem tankih sočiva

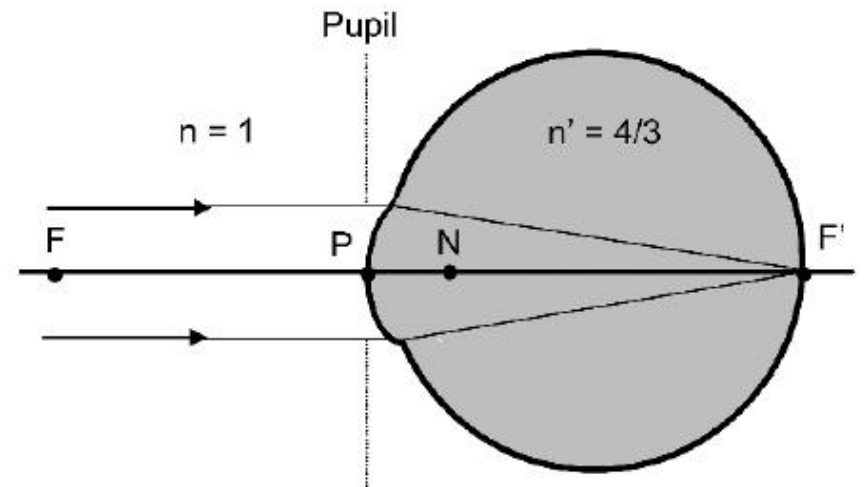
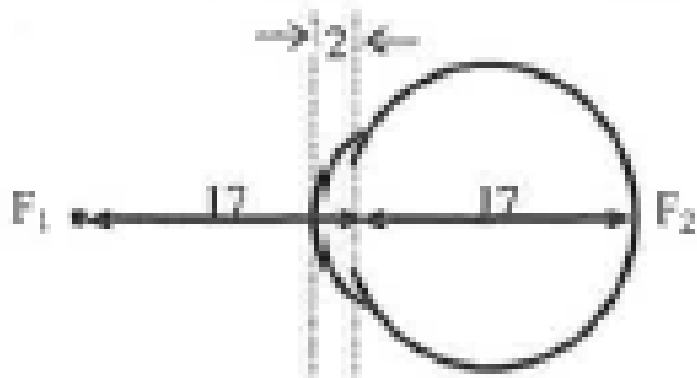
- Optički sistem oka se u prvoj aproksimaciji može predstaviti pomoću sistema tankih sočiva.
- Optički centrirani sistem sočiva je sistem kod koga centri svih sočiva leže na jednoj glavnoj osi – glavnoj optičkoj osi.



- Optički sistem oka predstavlja složeni centrirani optički sistem koji se sastoji od nekoliko sfernih površina na kojima se prelama svetlosni zrak.

# Redukovano oko

Za uproščenu analizu koristi se tzv. *redukovano oko*. Sistem sočiva se zamenjuje jednim debelim sočivom indeksa prelamanja 1.41, čija je središnja tačka udaljena oko 17 mm od žiže  $F_1$  i mrežnjače. Tačka preseka glavne optičke ose i mrežnjače definiše drugu žižu  $F_2$ .





# Ukupna optička jačina oka

- Ukupna optička jačina oka je 59 dioptriya kada je oko prilagođeno na gledanje u daljinu. Prednja površina rožnjače doprinosi ukupnoj dioptrijskoj snazi sa 48 dioptriya.
- Zašto?
  - 1) indeks prelamanja rožnjače se jako razlikuje od indeksa prelamanja vazduha,
  - Rožnjača se u odnosu na očno sočivo udaljenija od mrežnjače,
  - Zakrivljenost rožnjače je velika.
- Zadnja površina rožnjače je konkavna ali budući da je razlika između indeksa prelamanja očne vodice i rožnjače mala, ona ima optičku jačinu od samo -4 dioptriye čime se umanjuje ukupna optička jačina oka.

# Očno sočivo

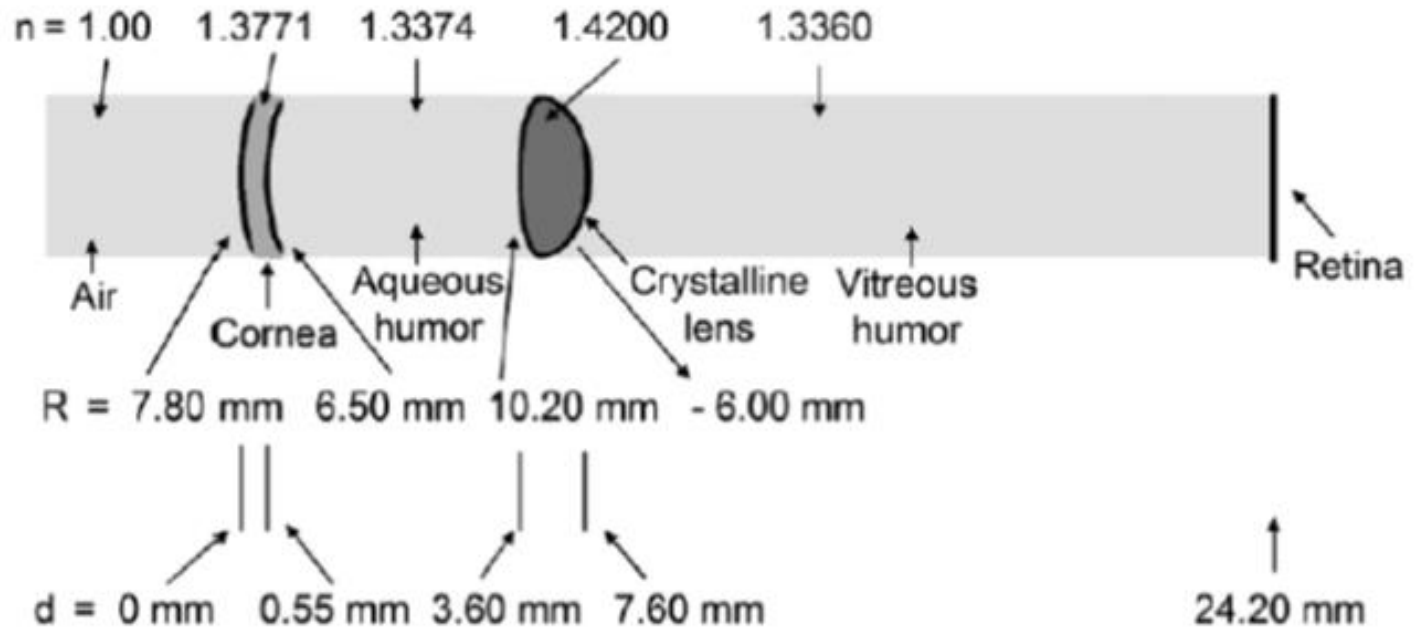
- Očno sočivo je sa obe svoje strane okruženo tečnošću bliskog indeksa prelamanja tako da njegova optička jačina iznosi samo oko 15 dioptrija.
- Tako dolazimo do ukupne optičke jačine oka od  $48-4+15=59$  dioptrija.
- Slika koju dobijamo na mrežnjači je obrnuta u odnosu na predmet. Međutim mi je vidimo u pravom položaju jer je mozak uvežban da obrnutu sliku doživljavamo kao normalnu.

# Optički sistem oka - detaljnije

- Za detaljniju analizu optičkog sistema oka koriste se tri modela, koji se razlikuju po nivou složenosti:
- Najpotpuniji model je *Gullstraned exact eye* (Schematic exact eye), koji ima šest površina na kojima se prelama svetlost: prednje i zadnje površine oba elementa, rožnjače (*cornea*) i očnog sočiva (*crystalline lens*), ali tako da se uzima u obzir i drugačiji indeks prelamanja unutar sočiva.
  - (By the way, Allvar Gullstrand was the recipient of the 1911 Nobel Prize for Physiology or Medicine for his work in this area, the dioptics of the eye.)

# Model 2: Schematic eye 1

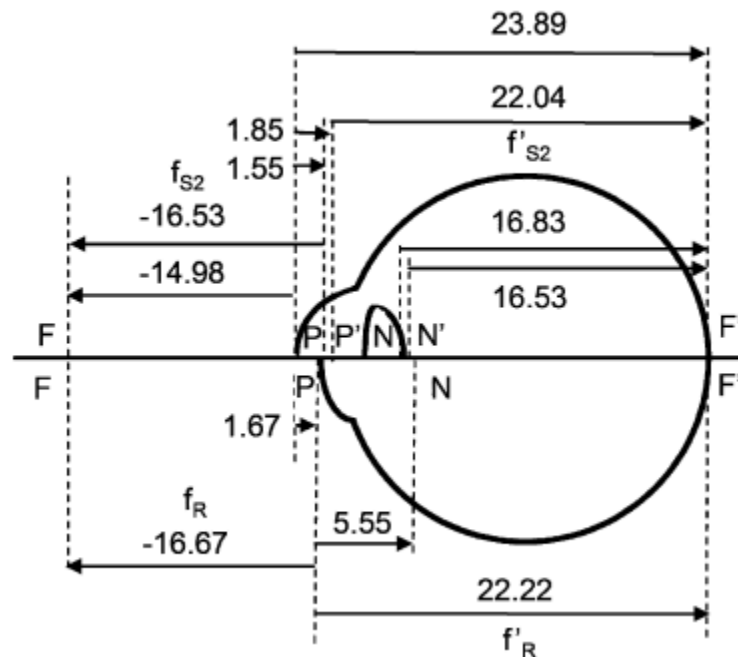
- Sledeći model po složenosti je *Schematic eye 1*, kod koga je indeks prelamanja unutar očnog sočiva konstantan tako da se posmatraju samo četiri površine na kojima se prelama svetlost: prednje i zadnje površine oba elementa: rožnjače (*cornea*) i očnog sočiva (*crystalline lens*).



Schematic eye 1

# Model 3: Schematic eye 2

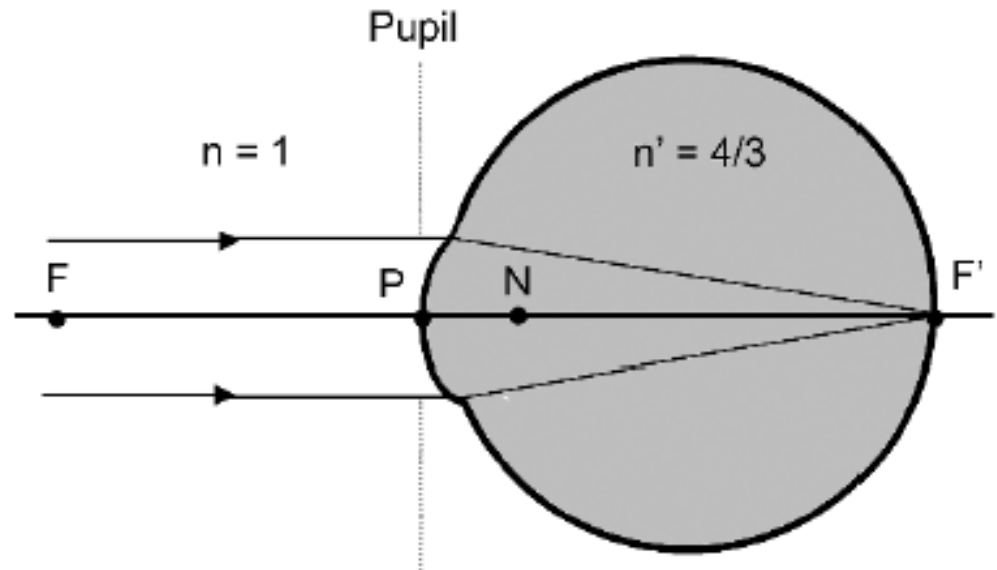
- U modelu se razmatraju samo tri površi koje prelamaju svetlost: površ rožnjače i dve površi očnog sočiva.



- Na slici je dat položaj glavnih tačaka u modelu 2 (gornje oznake) i položaj tih istih tačaka u modelu *redukovano oko* (interesantno je uporediti brojne vrednosti koje su date u mm).

# Model 4: Reduced eye

- Najjednostavniji model je tzv. *Redukovano oko*, gde se uzima da je samo jedan indeks prelamanja tj. imamo samo jednu površinu na kojoj se prelama svetlost: “rožnjača” koja je u ovom modelu 1.67 mm pomerenjena u odnosu na njen realan anatomski položaj. Drugi fokus se nalazi na rastojanju  $1.67 \text{ mm} + 22.22 \text{ mm} = 23,9 \text{ mm}$  iza prednje površine rožnjače.



# Primer: proračun za model

*Schematic eye 1* – videti brojne vrednosti sa prethodnih slajdova

- Optička moć bilo koje površi koja prelama svetlost je data relacijom

$$P_{i,i+1} = \frac{n_{i+1} - n_i}{R_{i,i+1}}.$$

- Tako za prednju površ vazduh/rožnjača imamo

$$P_{12} = \frac{1.3771 - 1.0}{0.0078 \text{ m}} = 48.35 \text{ D.}$$

- Za zadnu površ rožnjače/tečnost, imamo

$$P_{23} = \frac{1.3374 - 1.3771}{0.0065 \text{ m}} = -6.11 \text{ D.}$$

# nastavak

- Prednja površina očnog sočiva

$$P_{34} = \frac{1.4200 - 1.3374}{0.0102 \text{ m}} = 8.10 \text{ D.}$$

- Zadnja površina očnog sočiva

$$P_{45} = \frac{1.3360 - 1.4200}{-0.0060 \text{ m}} = 14.00 \text{ D.}$$



# Ukupna optička moć

- Ukupna optička moć rožnjače:

$$P_{\text{cornea}} = P_{12} + P_{23} = 48.35 \text{ D} - 6.11 \text{ D} = 42.24 \text{ D}.$$

- Ukupna optička moć očnog sočiva (*aproksamacija tankog sočiva*):

$$P_{\text{lens}} = P_{34} + P_{45} = 8.10 \text{ D} + 14.00 \text{ D} = 22.10 \text{ D}.$$

- Ukupna optička moć oka je:

$$P_{\text{eye}} = P_{\text{cornea}} + P_{\text{lens}} = 42.24 \text{ D} + 22.10 \text{ D} = 64.34 \text{ D}.$$

- Žižna daljina oka je:

$$f = \frac{n_j}{\sum_{i=1 \text{ to } j-1} P_{i,i+1}} = \frac{1.336}{64.34 \text{ D}} = 0.0208 \text{ m} = 20.8 \text{ mm}.$$

# Umesto zaključka

---

The image from this compound lens falls on the retina, which is 24.20 mm from the anterior surface of the cornea and so this calculated focal length is not exactly correct. The compound lens is 7.6 mm long (anterior surface of the cornea to the posterior surface of the crystalline lens), so we would expect that the focal length is really measured for this type of compound lens from somewhere between the cornea and crystalline lens. We will estimate that it is from the middle (at the position 3.8 mm), so we would expect the image to fall  $3.8 \text{ mm} + 20.8 \text{ mm} = 24.6 \text{ mm}$  from the anterior surface of the cornea, compared to 24.20 mm. This agreement is surprisingly good.

# Preporučujem

*What happens when you swim in water?* The refractive power of the first (air/anterior cornea) interface changes to

$$P_{12} = \frac{1.3771 - 1.331}{0.0078 \text{ m}} = 5.91 \text{ D},$$

which is a loss of 42.44 D of refractive power. The refractive power of the cornea is  $5.91 \text{ D} + (-6.11 \text{ D}) = -0.2 \text{ D}$ , which means the cornea has essentially no refractive power under water. The total refractive power of the eye is only  $-0.2 \text{ D} + 22.10 \text{ D} = 21.90 \text{ D}$ , and the eye sees very blurred images because the focused image would be beyond the retina. (Why can we see much better in water when wearing ordinary goggles?) The images in water are made even blurrier when the water is not perfectly still, because the movement of water causes local variations in the index of refraction.

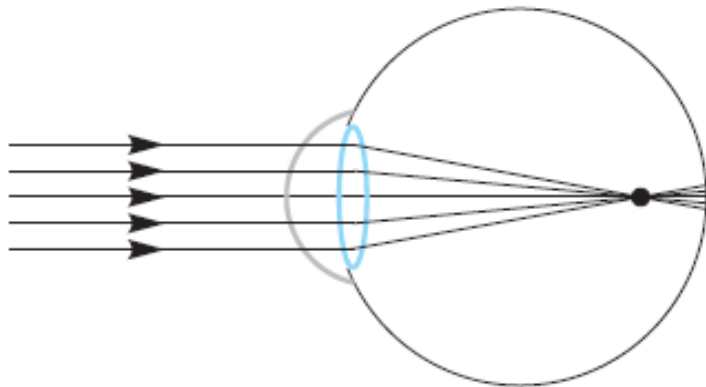
# *Za samostalni rad studenata*

---

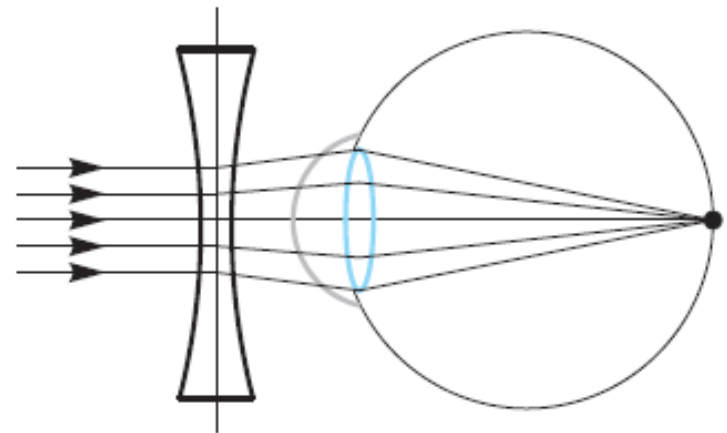
- Na internetu pronaći sadržaje koji se odnose na optičke nedostatke oka: *kratkovidost, dalekovidost, astigmatizam*.
- Za svaku od ovih pojava napisati po jedan pasus (kratko objašnjenje sa odgovarajućom skicom).

# Mala pomoć

## ■ Kratkovidost



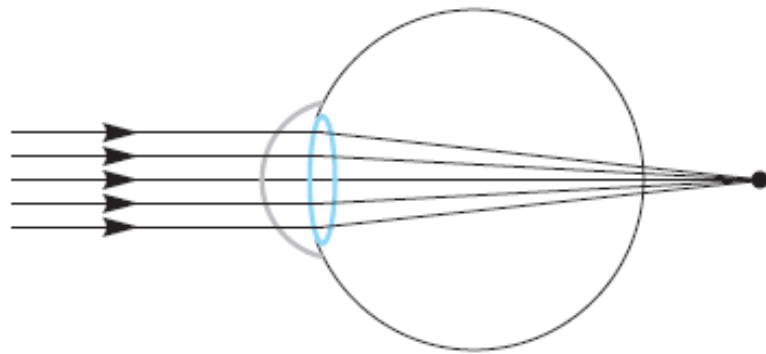
a)



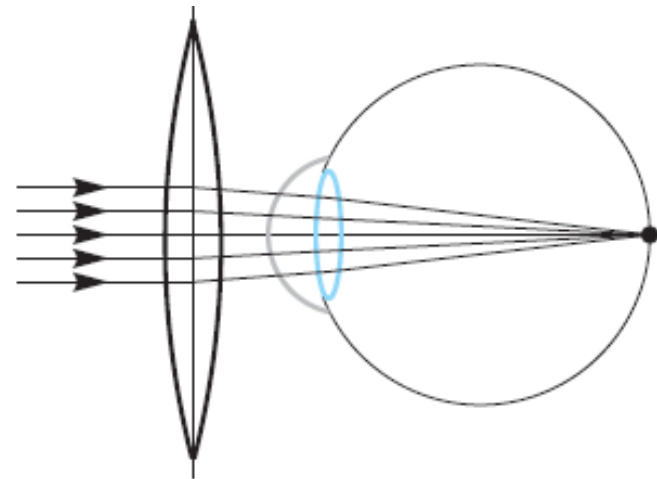
b)

a) Miopija ; b) Postupak za njenu korekciju

# Dalekovidost



a)

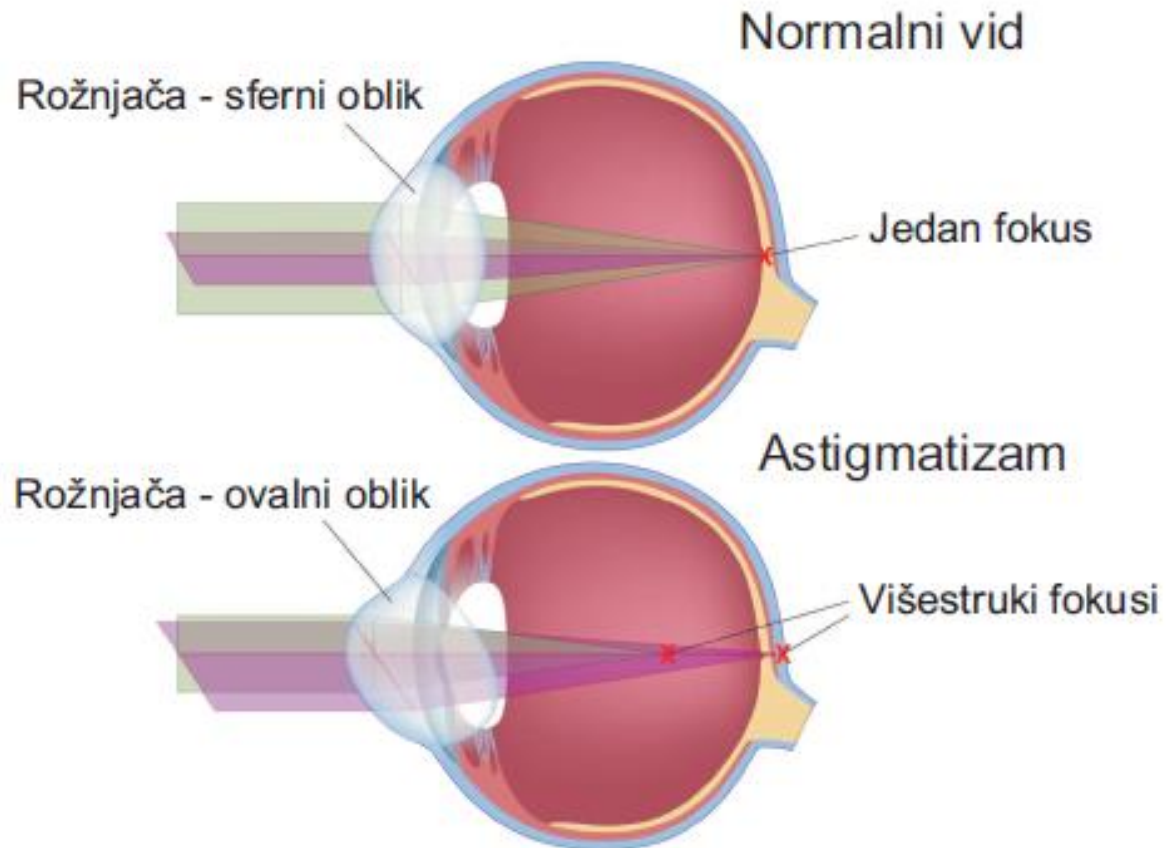


b)

a) *Hiperopija* ; b) *Postupak za njenu korekciju*

# Astigmatizam

## ■ Normalno i astigmatično oko



# Akomodacija oka

- Fokusiranje oka kontroliše cilijarni mišić, koji može promeniti debljinu i zakrivljenost sočiva. Ovaj proces se naziva *akomodacija*.
- Kada je cilijarni mišić opušten, površina sočiva je skoro ravna, moć fokusiranja oka je skoro na minimumu. U ovom slučaju, paralelni snop svetlosti koja dolazi sa udaljenih objekata se fokusira na mrežnjači – relaksirano oko je fokusirano da vidi udaljene objekte (udaljenost 6 m i više).
- Gledanje bližih objekata zahteva veću moć fokusiranja. Svetlost sa bližih objekata se rasipa kad uđe u oko zato mora da se više fokusira da bi se formirao lik na retini.
- Postoji ograničenje fokusne moći kristalnog sočiva. Sa maksimalnom kontrakcijom cilijarnog mišića, normalno oko mlađe osobe može da fokusira objekte na oko 15 cm od oka. Bliži objekti postaju zamućeni
- Minimalno rastojanje do oštrog fokusa se naziva najbliža tačka jasnog vida. Domet fokusa kristalnog sočiva se smanjuje sa godinama



# Moć razlaganja oka

---

